ESERCIZIO 1

PREMESSA
Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.
Si considerino le seguenti regole:

regola(1,[e,f],b)	regola(2,[m,p],e)	regola(3,[m],f)
regola(4,[m,f],g)	regola(5,[f,g],c)	regola(6,[g,q],a)

Per esempio la regola 1 dice che si può calcolare (o dedurre) **b** conoscendo **e** ed **f**, cioè gli elementi della lista [e,f]; conoscendo **e**, **f**, **m** cioè gli elementi della lista [e,f,m] è possibile dedurre non solo **b** con la regola 1, ma anche **g** con la regola 4. Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle di queste regole. Il procedimento [3,5] descrive la deduzione di **c** a partire da [g,m]: infatti con la regola 3 si deduce **f** e con la regola 5 (conoscendo [f,g,m]) si deduce **c**. La lista [2,X,1], sostituendo X con 3, descrive il procedimento per dedurre **b** a partire da [m,p].

PROBLEMA
Utilizzando le seguenti regole:

regola(1,[n,p],m)	regola(2,[a,b],c)	regola(3,[a,b,c],d)
regola(4,[d,m],q)	regola(5,[a,c],n)	regola(6,[c],p)

1. trovare la lista L1 che rappresenta il procedimento per dedurre **m** da **[a,c]**;
2. trovare la lista L2 che rappresenta il procedimento per dedurre **d** da **[a,b]**;
3. trovare la lista L3 che rappresenta il procedimento per dedurre **q** da **[a,b]**.

N.B. Elencare le sigle nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare. Ad ogni passo del procedimento, se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore. In ogni procedimento, l'applicazione di una regola rende disponibile un elemento per applicare regole successive: la prima regola è sempre applicabile a partire dai dati.

L1	
L2	
L3	

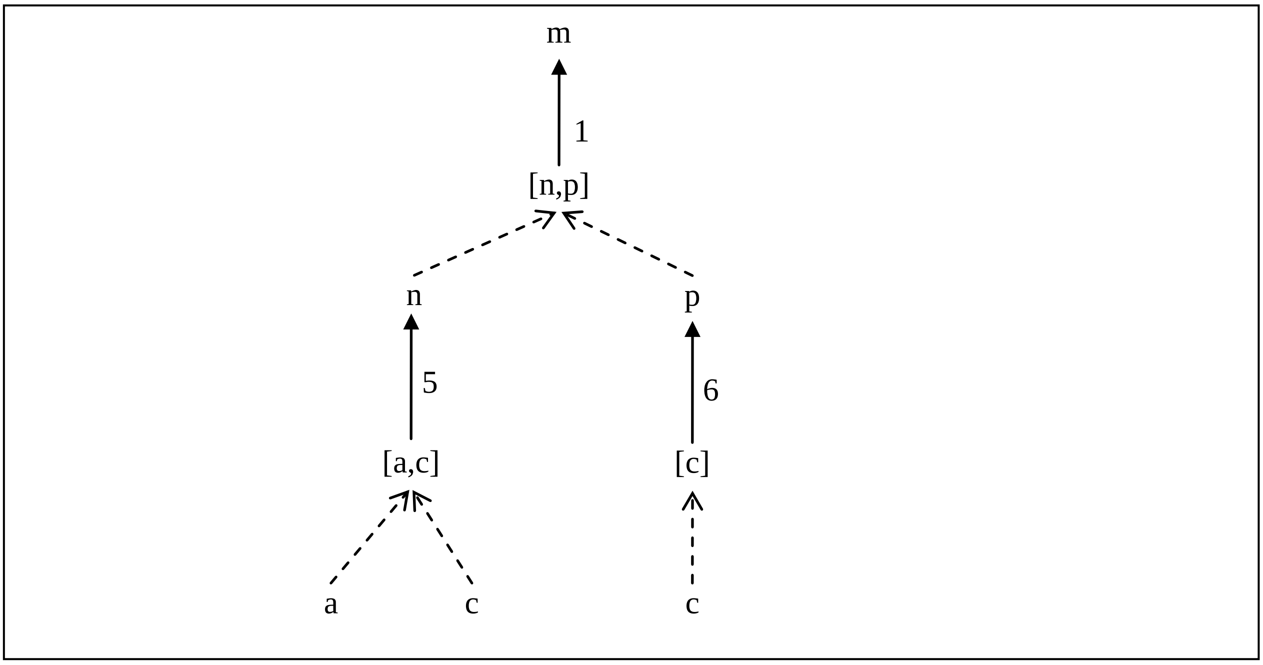
SOLUZIONE

L1	[5,6,1]
L2	[2,3]
L3	[2,3,5,6,1,4]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

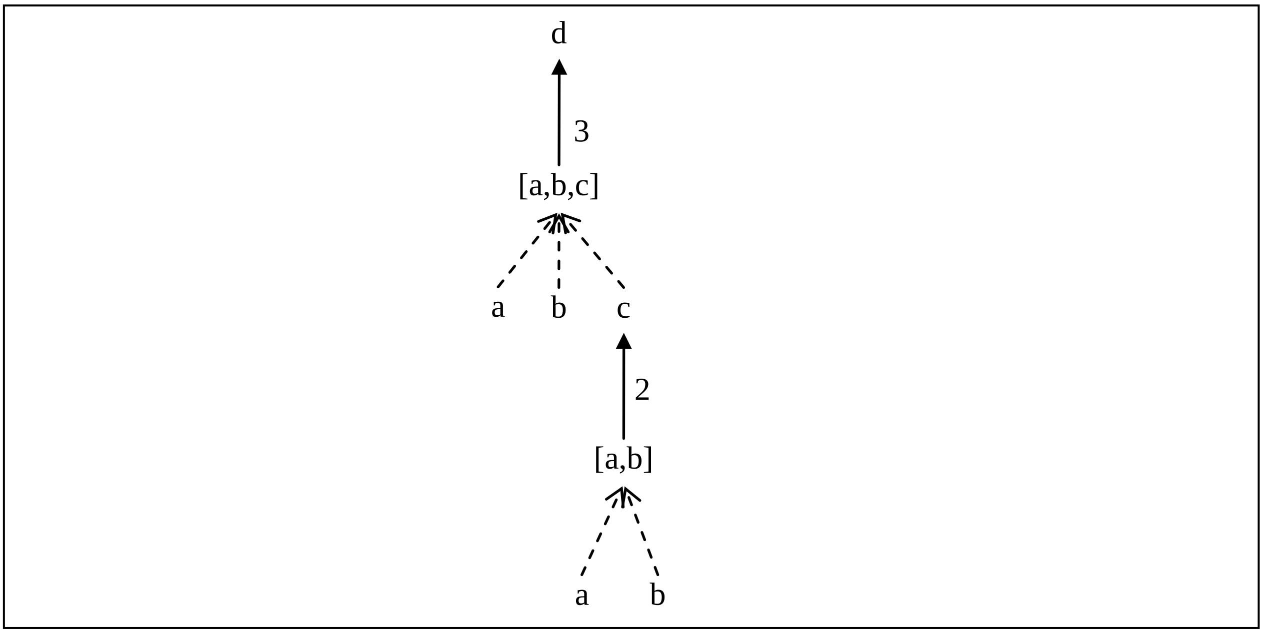
Per rispondere alla prima domanda si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita (l'elemento da dedurre) e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si individua una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa della regola individuata).

Nel caso in esame si verifica immediatamente che **m** compare come conseguente solo della regola 1; questa ha come antecedenti **n** ed **p** che sono incogniti. Occorre quindi cercare delle regole per dedurli: si verifica immediatamente che solo la regola 5 ha **n** come conseguente e i suoi antecedenti **a** e **c** sono noti. Per dedurre **p** si può applicare solo la regola 6 che ha come unico antecedente **c** che è noto. Quindi in definitiva il procedimento può essere visualizzato con un albero (rovesciato) che ha come radice **m** e come foglie **a** e **c** come mostrato nella seguente figura.

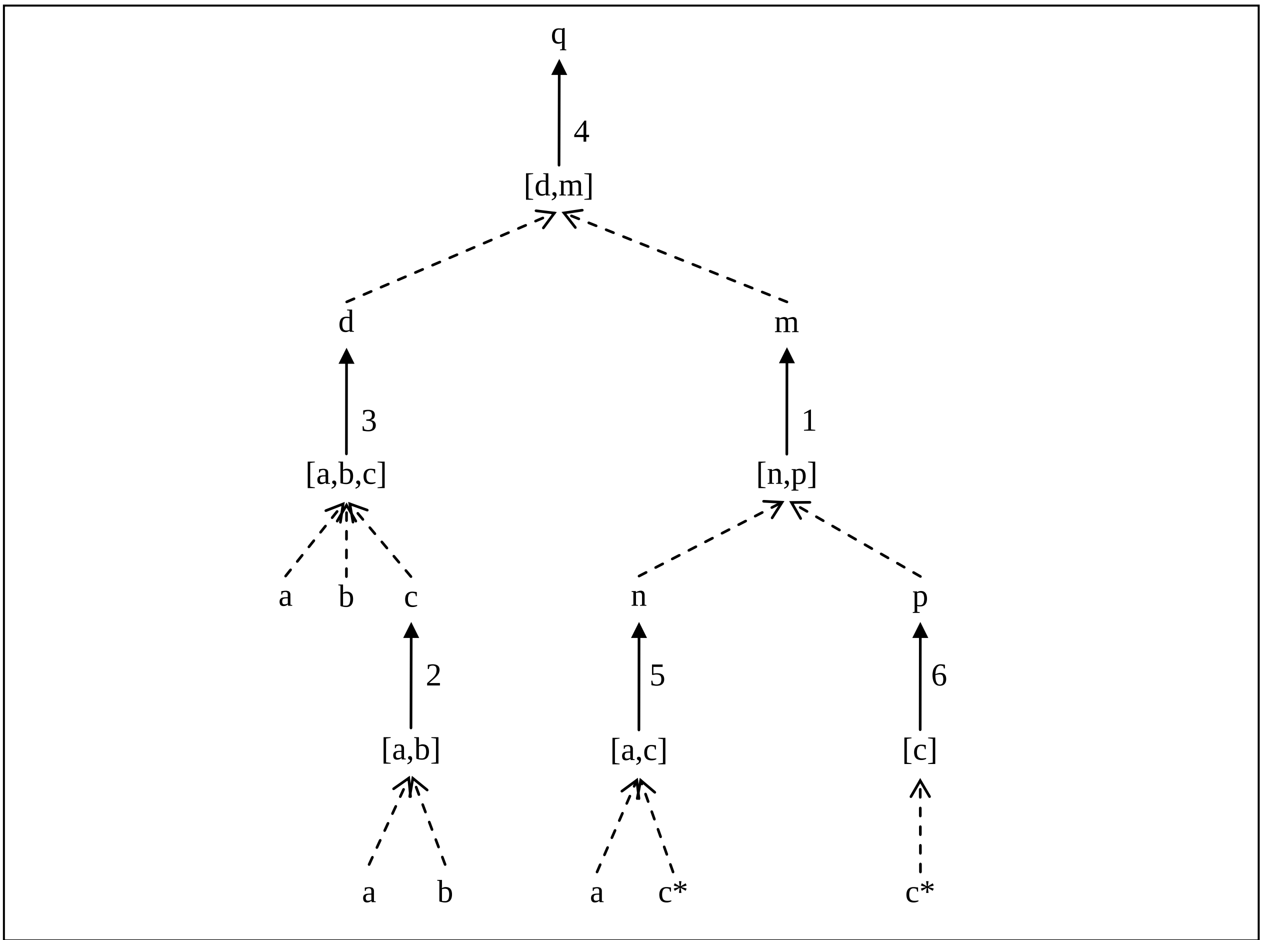


Nell'esprimere il procedimento con una lista, occorre tener presente che le regole devono comparire in ordine di applicabilità: a parità di applicabilità devono comparire prima quelle con sigla più piccola: quindi la soluzione è [5,6,1].

Per rispondere alla seconda domanda occorre tener presente che i dati sono **a** e **b** ed osservare che **d** è deducibile solo con la regola 3 che ha come antecedenti **a** e **b**, ma anche **c**; dedurre quest'ultimo è possibile (solo) con la regola 2 che ha antecedenti noti. Il procedimento, illustrato nella figura seguente, è quindi [2,3].



Per rispondere alla terza domanda occorre tener presente che i dati sono (ancora) **a** e **b** ed osservare che **q** è deducibile solo con la regola 4 che ha come antecedenti **d** e **m**, entrambi incogniti; per dedurre **d** si può utilizzare la risposta alla seconda domanda. Per dedurre **m** si può utilizzare la risposta alla prima domanda, *tenuto conte che per dedurre* **d** *si è dedotto anche* **c**. Il procedimento è illustrato nella figura seguente, dove c* indica che **c** si considera noto, perché costruito in un sottoalbero a sinistra.



Il procedimento è quindi espresso dalla lista [2,3,5,6,1,4].

ESERCIZIO 2

PREMESSA
In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

									S				
					P								
➔													

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente P è individuata da essere nella sesta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso): brevemente si dice che ha *coordinate* [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente S sono [10,4] e di quella contenente la freccia sono [1,1].
La freccia può essere pensata come un robot, in questo caso rivolto verso destra; il robot può eseguire tre tipi di comandi:

– girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando o;
– girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando a;
– avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l'orientamento): comando f.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere al robot di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza di comandi descritta dalla lista [f,f,f,f,f,a,f,f] fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella P; risultato analogo si ottiene con la lista [a,f,f,o,f,f,f,f,f]. Tuttavia, nel primo caso l'orientamento finale del robot è verso l'alto, mentre nel secondo caso l'orientamento finale è verso destra. Il robot ha sempre uno dei quattro orientamenti seguenti descritti con: n (nord, verso l'alto), s (sud, verso il basso), e (est, verso destra), o (ovest, verso sinistra).
N.B. Non confondere "o" come descrizione dell'orientamento e "o" come comando.

PROBLEMA
In un campo di gara, sufficientemente ampio, il robot è nella casella [8,8] con orientamento n; deve eseguire il percorso descritto dalla seguente lista di comandi [a,f,f,a,f,o,f,o,f,a,f,a,a]
Trovare:

1) l'orientamento D1, l'ascissa X1 e l'ordinata Y1 del robot dopo aver eseguito 4 comandi;
2) l'orientamento D2, l'ascissa X2 e l'ordinata Y2 del robot dopo aver eseguito 8 comandi;
3) l'orientamento D3, l'ascissa X3 e l'ordinata Y3 del robot al termine del percorso.

D1	
X1	
Y1	
D2	
X2	
Y2	
D3	
X3	

Y3	

SOLUZIONE

D1	s
X1	6
Y1	8
D2	n
X2	5
Y2	7
D3	e
X3	4
Y3	8

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La soluzione si costruisce eseguendo uno dopo l'altro i comandi della lista.

	STATO DEL ROBOT
partenza	[8,8,n]
1 passo: a	[8,8,o]
2 passo: f	[7,8,o]
3 passo: f	[6,8,o]
4 passo: a	[6,8,s]
5 passo: f	[6,7,s]
6 passo: o	[6,7,o]
7 passo: f,	[5,7,o]
8 passo: o	[5,7,n]
9 passo: f	[5,8,n]
10 passo: a	[5,8,o]
11 passo: f	[4,8,o]
12 passo: a	[4,8,s]
13 passo: a	[4,8,e]

ESERCIZIO 3

PREMESSA
Leggere il testo seguente con attenzione.

Quando si riscalda una sostanza la sua temperatura aumenta ed essa cambia aspetto. Ad esempio l'acqua si mette a bollire (a 100°), quindi fa le bolle, mentre il pane viene tostato. Quando il riscaldamento si abbassa la temperatura scende nuovamente. L'acqua smette di bollire, per cui diciamo che il cambiamento è solo temporaneo. Il pane tostato, invece, quando si raffredda non ritorna come prima. In questo caso il calore ha provocato un cambiamento permanente.
Prova a fare un ***esperimento****. Per questo esperimento hai bisogno di:*

1. *UNA NOCE DI BURRO*
2. *UN PEZZO DI CIOCCOLATO*
3. *UN PEZZO DI CERA DA CANDELA*
4. *ZUCCHERO*
5. *FOGLIO D'ALLUMINIO*
6. *FORBICI*
7. *UNA LAMPADA DA TAVOLO REGOLABILE*
8. *UNA CANNUCCIA DA BIBITA*

Poi:
- *Ricava, dal foglio d'alluminio, quattro quadrati di 10 cm. di lato. Ripiega i bordi e pizzica gli angoli per ottenere quattro vassoietti aperti in alto con il fondo piatto.*
- *Metti una piccola quantità di ciascuna sostanza nei vassoietti di alluminio, in modo che ciascuno contenga qualcosa di diverso.*
- *Chiedi ad un adulto di accendere la lampada (che scalderà le sostanze delicatamente) e di dirigerla verso il basso, circa 5 cm. sopra i vassoietti. Osserva per cinque minuti come il calore della lampada influisce sulle diverse sostanze.*
- *Spegni la lampada e allontanala dai vassoietti. Ora mescola ciascuna sostanza con la cannuccia per vedere come è cambiata, poi lasciala raffreddare.*

Scrivi, sul tuo quaderno, le osservazioni e le conclusioni a cui sei giunto e poi discutine con la tua insegnante.

(adattato da) Peter Mellet, *Il mio primo libro: esperimenti, materia e materiali*
Gruppo Editoriale s.r.l, Santarcangelo di Romagna, 2008.

PROBLEMA
Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Nella parte iniziale, per spiegare in cosa consiste il riscaldamento delle sostanze:
   A. L'autore usa l'esempio di un materiale che può modificarsi a seconda di come viene riscaldato;
   B. L'autore usa due esempi di due materiali diversi che scaldati e poi raffreddati producono lo stesso effetto finale;
   C. L'autore porta due esempi di due materiali diversi che, scaldati e poi raffreddati, producono due effetti differenti;
   D. L'autore usa due esempi di due materiali differenti che scaldati si comportano differentemente, mentre nel momento del raffreddamento ritornano all'aspetto di partenza.

2. Secondo gli esempi riportati, il calore applicato ad un materiale può provocare:
   A. Cambiamenti definitivi o momentanei;
   B. Cambiamenti immutabili o cambiamenti di stato;
   C. Cambiamenti solo irreversibili;
   D. Cambiamenti solo reversibili.

3. All'interno di questo testo rintracci:
   A. Un narratore che, spesso, si rivolge a tutti coloro che proveranno a fare l'esperimento utilizzando la seconda persona plurale;
   B. Un elenco di possibili effetti dell'esperimento;
   C. Un narratore che, spesso, si rivolge al lettore o lettrice usando la seconda persona singolare;
   D. Le conclusioni dell'esperimento e gli effetti che esso ha prodotto.

4. Quando si parla di "sostanza" (al punto 2) si intende:
   A. Burro, cioccolato, cera di candela, zucchero e alluminio;
   B. Burro, cioccolato, cera di candela, zucchero e bibita;
   C. Burro, cioccolato, cera di candela, zucchero;
   D. Quelle "alimentari": Burro, cioccolato, noci e zucchero.

5. Nell'elenco di ciò che serve per l'esperimento compaiono le forbici per:
   A. Non toccare le sostanze con le mani;
   B. Tagliare le sostanze per poi sistemarle sui vassoietti d'alluminio;
   C. Pizzicare gli angoli per ottenere quattro vassoietti aperti in alto con il fondo piatto;
   D. Ritagliare il foglio d'alluminio e ricavarne quattro quadrati che serviranno per costruire i vassoietti.

6. Questo testo presenta contenuti che sono scritti ed elaborati soprattutto:
   A. Su rapporti di casualità e improvvisazione;
   B. Su rapporti di causa ed effetto;
   C. Su rapporti di positività e negatività;
   D. Con uno stile ricco di metafore e similitudini.

7. Le possibili conclusioni che lo "sperimentatore" scriverà sul suo quaderno diranno che:
   A. Le sostanze si sono tutte sciolte temporaneamente a contatto con il calore;
   B. Le sostanze si sono tutte sciolte in modo permanente a contatto con il calore;
   C. Alcune sostanze, a contatto con il calore, si sono sciolte temporaneamente, altre in modo permanente;
   D. Non tutte le sostanze si sono sciolte a contatto con il calore.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	C
2	A
3	C
4	C
5	D
6	B
7	D

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Acqua e pane sono due materiali differenti: il primo bolle e poi ritorna al suo stato iniziale, il secondo si indurisce e non ritorna ad essere morbido: due materiali differenti per due effetti differenti.
2. Questa è una domanda sui sinonimi. I cambiamenti possono essere temporanei o permanenti: "*definitivo*" è un sinonimo di "*permanente*", "*momentaneo*" lo è di "*temporaneo*"; "*irreversibile*" è (quasi) sinonimo di "*permanente*", "*reversibile*" ha un significato che è compatibile con quello di "*temporaneo*", ma il "*solo*" inficia la correttezza delle risposte C e D. Inoltre non è corretta la risposta B perché un "*cambiamento di stato*" (di cui non si parla nel testo) può essere sia temporaneo sia permanente.
3. I verbi che sono spesso utilizzati nel testo sono coniugati alla seconda persona singolare: *prova*, *hai bisogno di*, *ricava*, *ripiega*, *metti*, *chiedi*, *osserva*, *spegni*, *mescola*, *scrivi*.
4. Al punto due delle istruzioni dell'esperimento si afferma, "*Metti una piccola quantità di ciascuna sostanza nei vassoietti di alluminio, in modo che ciascuno contenga qualcosa di diverso*". Se si analizza l'elenco di ciò che serve per l'esperimento si vede che esso contiene una parte di "strumenti" (foglio d'alluminio, forbici, lampada e cannuccia da bibita) e un'altra di sostanze che saranno poi usate nell'esperimento. Queste ultime sono appunto: burro, cioccolato, cera di candela, zucchero.
5. Sempre nell'elenco, tra gli strumenti compaiono le forbici e il loro utilizzo è da mettere in relazione al punto 1 dello svolgimento dell'esperimento: per ottenere quattro quadrati da un foglio unico non si possono che usare le forbici.
6. In un testo scientifico, anche semplice, i dati, le descrizioni e le spiegazioni devono essere chiare e non ambigue, affinché chiunque possa ripetere gli esperimenti riproducendone il risultato. In questo testo la **causa** è il riscaldamento delle sostanze che ha come **effetto** un cambiamento temporaneo o uno permanente (come ben spiegato nel paragrafo iniziale). Nella illustrazione dell'esperimento non c'è nulla di casuale o improvvisato, gli elementi non stanno in rapporto di positività o negatività (come succede in una prosa dialettica in cui qualcosa si contrappone ad un'altra entità o concetto). Non è corretta la risposta D perché in questa prosa scientifica le metafore e le similitudini non sono presenti.
7. Burro, cioccolato e cera di candela, a contatto con il caldo si scioglieranno, quale più quale meno, mentre lo zucchero non muterà il proprio aspetto. Ricordando che la lampada scalda delicatamente, necessariamente la risposta esatta non può che essere "*Non tutte le sostanze si sono sciolte a contatto con il calore*".

ESERCIZIO 4

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni:

tab (<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,18,26) tab(m2,19,22) tab(m3,18,24)
tab(m4,18,18) tab(m5,17,22)

PROBLEMA

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 40 Kg trovare la lista L delle sigle di 2 minerali diversi trasportabili con questo motocarro che consente di raggiungere il massimo valore possibile e calcolarne il valore V. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1<m2<m3< … .

L	
V	

SOLUZIONE

L	[m2,m4]
V	37

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere problemi di questo tipo occorre considerare *tutte* le possibili combinazioni di due minerali diversi, il loro valore e il loro peso; quindi individuare le combinazioni trasportabili e tra queste ultime scegliere quella di maggior valore:

COMBINAZIONI DI DUE MINERALI	VALORE	PESO	
[m1,m2]	37	48	
[m1,m3]	36	50	
[m1,m4]	36	44	
[m1,m5]	35	48	
[m2,m3]	37	46	
[m2,m4]	37	40	trasportabile
[m2,m5]	36	44	
[m3,m4]	36	42	
[m3,m5]	35	46	
[m4,m5]	35	40	trasportabile

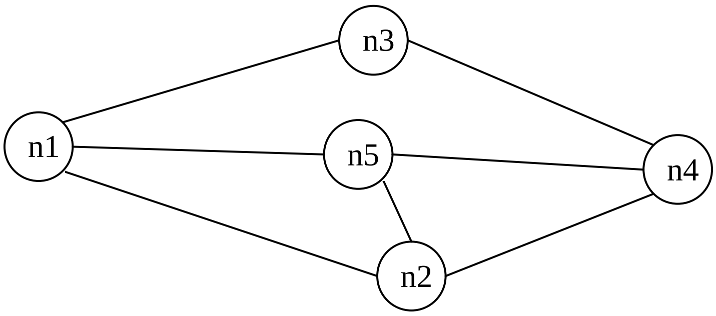
Una maniera alternativa di risolvere *questo* problema è la seguente.

Vista la portata massima del motocarro, sono escluse le combinazioni di due minerali che contengono m1 o m3 per cui basta limitarsi a considerare le combinazioni di due minerali diversi tra m2, m4, m5 (che sono solamente tre).

ESERCIZIO 5

PREMESSA

Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n1, n2, …, n5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

arco(n1,n2,6) arco(n1,n3,5) arco(n3,n4,4)
arco(n1,n5,3) arco(n2,n4,3) arco(n2,n5,2)
arco(n5,n4,6)

Un *percorso* tra due nodi del grafo può essere descritto con la lista di archi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo. Per esempio, la lista [n5,n2,n4,n3] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n3; tale percorso ha lunghezza K = 2 + 3 + 4 = 9.

PROBLEMA

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

arco(n1,n6,4) arco(n6,n4,3) arco(n4,n3,2) arco(n3,n2,8)
arco(n1,n2,1) arco(n1,n5,2) arco(n2,n5,3) arco(n5,n6,1)

Disegnare il grafo e:

1. trovare la lista L1 del percorso più breve tra n1 e n3 e calcolarne la lunghezza K1;
2. trovare la lista L2 del percorso più lungo (senza passare più volte per uno stesso nodo) tra n1 e n3 e calcolarne la lunghezza K2.

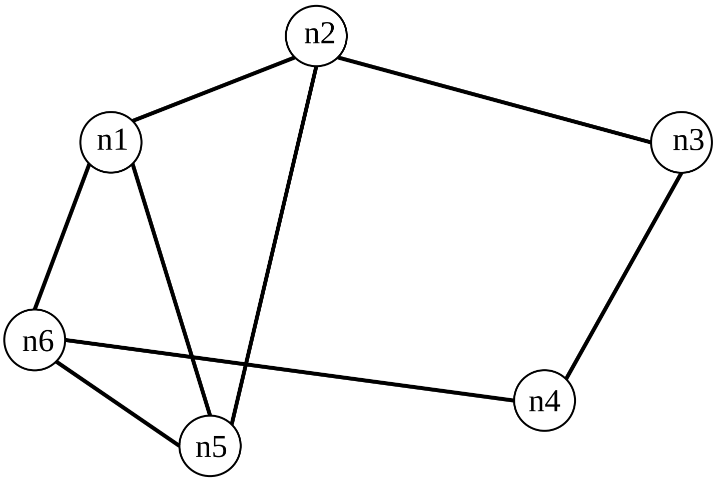
L1	
K1	
L2	
K2	

SOLUZIONE

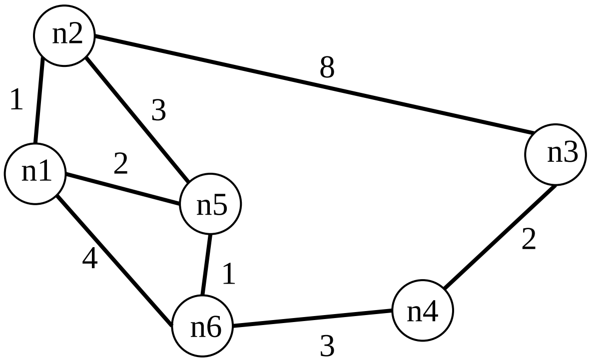
L1	[n1,n5,n6,n4,n3]
K1	8
L2	[n1,n6,n5,n2,,n3]
K2	16

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che vengono menzionati 6 nodi (n1, n2, n3, n4, n5, n6); si procede per tentativi: si disegnano i 6 punti nel piano e li si collega con archi rettilinei: probabilmente al primo tentativo gli archi si incrociano, come per esempio nella seguente figura.



Si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare in più modi. Da ultimo si riportano le distanze sugli archi, come mostrato dalla figura seguente.



Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono (necessariamente) proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono segmenti di retta).

Per rispondere alle due domande occorre elencare sistematicamente *tutti* i percorsi, che non passino più volte per uno stesso punto, tra n1 e n3:

PERCORSO da n1 a n3	LUNGHEZZA
[n1,n2,n3]	9
[n1,n2,n5,n6,n4,n3]	10
[n1,n5,n6,n4,n3]	8
[n1,n5,n2,n3]	13
[n1,n6,n4,n3]	9
[n1,n6,n5,n2,n3]	16

L1, K1, L2, K2 seguono immediatamente.

ESERCIZIO 6

PROBLEMA
Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti turistici significativi della loro regione per la prossima primavera. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro.
(Esempi di attività sono: la raccolta delle manifestazioni dai vari enti che le organizzano, il disegno della struttura dell'ipertesto, la decisione su quali sono le interazioni possibili, il test finale per controllare che tutto funzioni, ecc.)
La tabella che segue elenca le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, …), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	5	2
A2	2	2
A3	3	3
A4	3	2
A5	1	1
A6	3	2
A7	2	2
A8	1	2
A9	3	1
A10	6	2
A11	6	1

N.B. Ai fini del problema non è importante conoscere la descrizione delle singole attività.

Le attività non possono essere svolte in un ordine qualsiasi: esistono delle *priorità* fra le attività che sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando tutte le precedenti sono terminate.
In questo caso le priorità sono descritte dalle seguenti coppie:

[A1,A2], [A1,A4], [A1,A3], [A2,A6], [A3,A5], [A4,A5], [A4,A7],
[A7,A8], [A4,A6], [A6,A9], [A7,A9], [A8,A11], [A5,A8], [A9,A10], [A10,A11].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare il numero Gm di ragazzi (minimo) necessario per attuare il progetto.

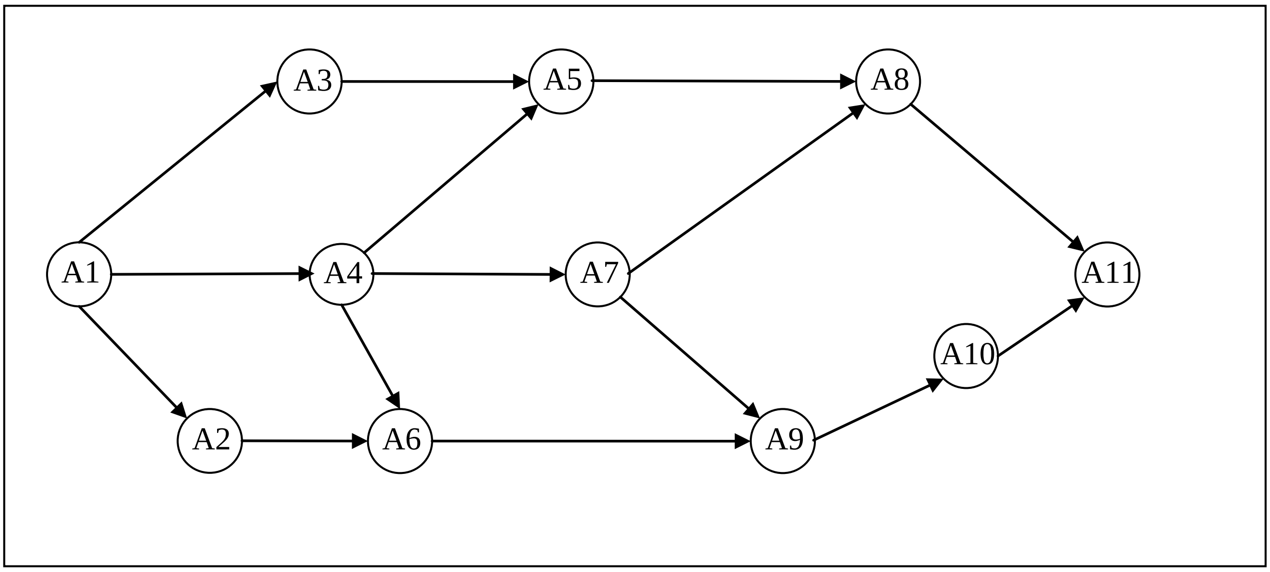
N	
Gm	

SOLUZIONE

N	10
Gm	8

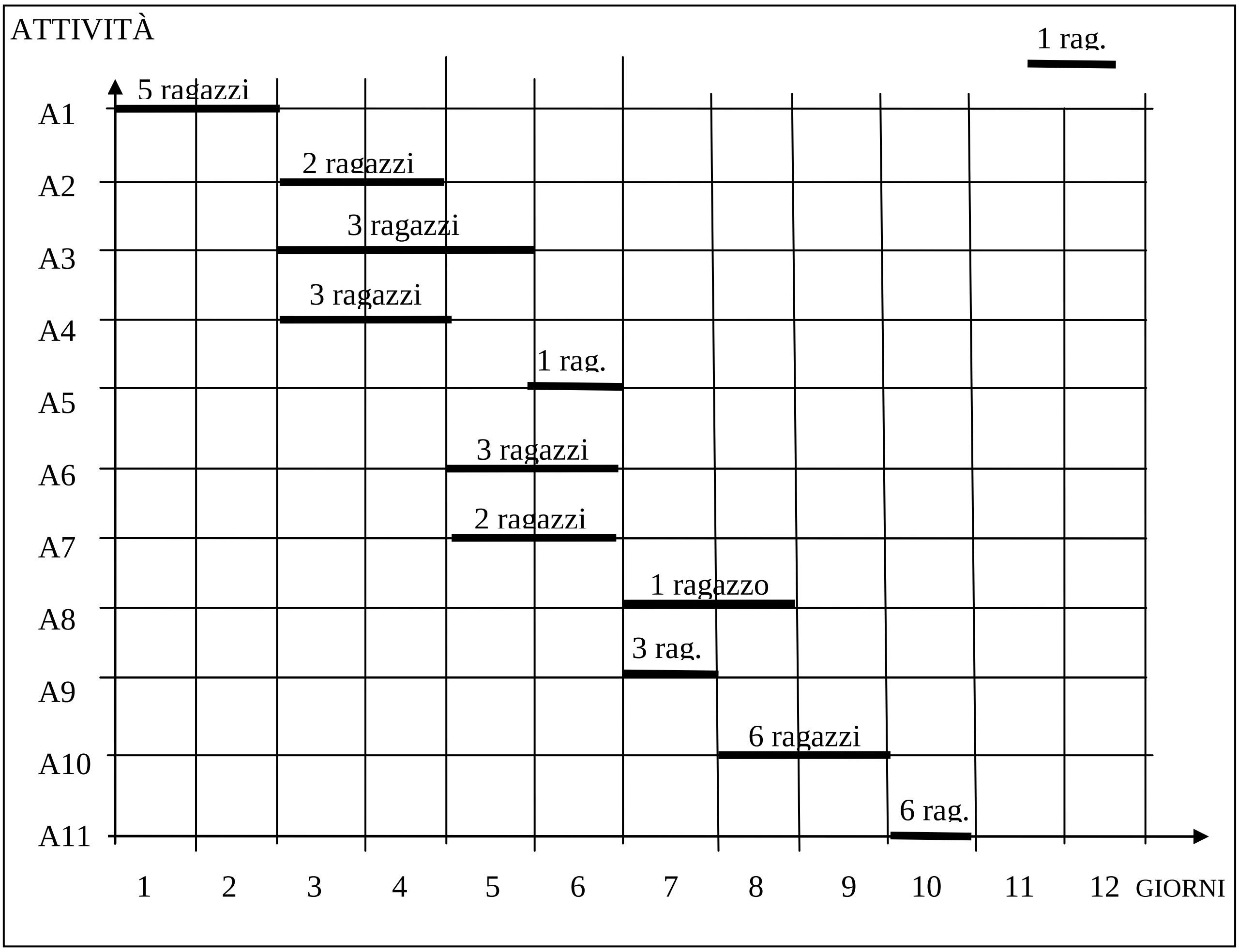
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente la dipendenza “logica” tra le attività, cioè come si devono susseguire nel tempo.



Per costruire tale grafo (mostrato in figura) si disegnano tanti nodi quante sono le attività (ciascun nodo porta il nome della corrispondente attività).
Esiste una attività che compare solo a sinistra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l’attività *iniziale* (in questo caso A1); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla sinistra di tutti gli altri.
Esiste una attività che compare solo a destra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l’attività *finale* (in questo caso A10); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla destra di tutti gli altri.
Poi per ogni coppia che descrive le priorità si disegna una freccia che connette i nodi coinvolti in quella coppia. Alla fine, in generale, si otterrà un grafo con frecce che si incrociano: tenendo fissi il nodo iniziale e il nodo finale si spostano gli altri nodi in modo da ottenere un grafo con frecce che non si incrociano (come, appunto, è mostrato in figura).

Successivamente dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull’asse verticale le attività (dall’alto verso il basso), sugli assi orizzontali il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l’inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla).
In questo caso l’attività A1 inizia (*convenzionalmente*) il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2, A3 e A4 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). Inoltre, per esempio, l’attività A5 può iniziare solamente quando sono terminate sia l’attività A4 sia l’attività A3.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 10 giorni e che i giorni 3, 4, 5 lavorano 8 ragazzi *contemporaneamente*: quindi questo è il numero (minimo) necessario per attuare il progetto.

ESERCIZIO 7

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura PROVA1.

```
procedure PROVA1;
variables A, B, C integer;
A ← 1;
B ← 1;
C ← A+B;
A ← C+B;
B ← A+C;
C ← A+B;
output A, B, C;
endprocedure;
```

Trovare i valori di output per A, B e C.

A	
B	
C	

SOLUZIONE

A	3
B	5
C	8

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Si noti che la procedura non ha input; i valori che via via assumono le variabili sono mostrati nella seguente tabella.

STATEMENT SUCCESSIVI	VALORI DELLE VARIABILI *DOPO* OGNI STATEMENT		
	A	B	C
A ← 1;	1	indefinito	indefinito
B ← 1;	1	1	indefinito
C ← A+B;	1	1	2
A ← C+B;	3	1	2
B ← A+C;	3	5	2
C ← A+B;	3	5	8

Naturalmente ad ogni statement cambia valore solamente la variabile a sinistra del simbolo ← (di assegnazione): questa mantiene tale valore finché non compare a sinistra di un'altra assegnazione.

ESERCIZIO 8

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura PROVA2 nella quale i valori assegnati alle variabili A e B cambiano durante lo svolgimento delle azioni in essa descritte.

```
procedure PROVA2;
variables A, B, C, D, K integer;
input A, B, C, D;
A ← A × B;
C ← C × D;
if A > C
        then    K ← A - C;
                A ← C;
                C ← K + C;
endif;
output A, C, K;
endprocedure;
```

I valori in input sono: 8 per A, 6 per B, 9 per C, 5 per D: determinare i valori di output di A, C e K.

A	
C	
K	

SOLUZIONE

A	45
C	48
K	3

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Dopo l'input, il valore di A diventa eguale al prodotto dei valori di input di A e B; similmente il valore di C diventa eguale al prodotto dei valori di input di C e D. Quindi A vale 48 e C vale 45. Poiché il valore di A è maggiore di quello di C, viene eseguito il ramo "then" del costrutto "if".
In tale ramo il valore di K viene posto uguale alla differenza tra quelli di A e C; ad A viene dato il valore di C e a quest'ultima variabile viene dato il valore (attuale) di A aumentato di quello di K: cioè il valore che aveva A prima del costrutto "if".
N.B. Nel ramo "then" vengono scambiati i valori di A e C: la variabile "di appoggio" K contiene la differenza dei due valori, per poter ricostruire quello (di A) distrutto dall'assegnazione "A ← C;".

ESERCIZIO 9

PROBLEMA

Si supponga di elencare i numeri interi (maggiori di zero) in una tabella di sette colonne (distinte dalle lettere A, B, C, D, E, F, G), di cui la figura seguente mostra solo le prime righe.

A	B	C	D	E	F	G
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	…	…	…	…	…

per esempio, il numero 27 (non mostrato in figura) compare nella colonna F e il numero 29 (pure non mostrato in figura) compare nella colonna A.

Determinare le colonne in cui compaiono vari numeri, compilando la seguente tabella.

N.B. nei numeri con più di 3 cifre è stato aggiunto un punto in alto (˙) dopo tre cifre da destra, per migliorarne la leggibilità.

Numero	Colonna della tabella in cui compare
50	
457	
747	
1˙000	
10˙000	
100˙000	

SOLUZIONE

Numero	Colonna della tabella in cui compare
50	A
457	B
747	E
1˙000	F
10˙000	D
100˙000	E

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Poiché i numeri (a partire da 1) sono via via posizionati nella prima, nella seconda, … , nella settima colonna e poi si ricomincia da capo, è chiaro che:

- nell’ultima colonna (G) ci sono i numeri divisibili per 7
- nella prima colonna (A) ci sono i numeri che, divisi per 7, hanno resto 1;
- nella seconda colonna (B) ci sono i numeri che, divisi per 7, hanno resto 2;
- …

e così via.

Quindi per conoscere la colonna cui collocare un numero basta dividerlo per sette e considerare il resto; se il resto è 0 allora il numero va nella colonna G, altrimenti nelle colonne A, B, C, D , E, F a seconda che il resto è, rispettivamente, 1, 2, 3, 4, 5 ,6.

Quindi

$50 = 7 \times 7 + 1 \quad \Rightarrow A$
$457 = 7 \times 65 + 2 \quad \Rightarrow B$
$747 = 7 \times 106 + 5 \quad \Rightarrow E$
$1˙000 = 7 \times 142 + 6 \quad \Rightarrow F$
$10˙000 = 7 \times 1428 + 4 \quad \Rightarrow D$
$100˙000 = 7 \times 14285 + 5 \quad \Rightarrow E$

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

A class in Lombardy was asked about their favourite soccer team. Everyone answered: twelve students liked Milan, fifteen students liked Inter, and five students (among them) liked both teams. How many students are in the class?

Put your answer in the box below.

SOLUZIONE

22

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

The solution is easily computed via a bar diagram.