

ESERCIZIO 1 (C.) (ALBERI AND/OR)

PREMESSA

Con il termine

$$\text{regola}(\langle \text{sigla} \rangle, \langle \text{lista antecedenti} \rangle, \langle \text{conseguente} \rangle, \langle \text{peso} \rangle)$$

si può descrivere una *regola* (di deduzione) che consente di dedurre il *conseguente* conoscendo tutti gli elementi contenuti nella *lista degli antecedenti*; ogni regola è poi identificata in modo univoco da una sigla e ha un *peso*, che dà l'idea di quanto sia oneroso applicarla. Per esempio, dato il seguente insieme di regole:

regola(1,[c1,c2],i,12)	regola(2,[i,h],a,3)	regola(3,[h,p1],c1,2)
regola(4,[h,p2],c2,7)	regola(5,[c1,c2],a,4)	regola(6,[p1,p2],h,3)
regola(7,[p1,p2],i,2)	regola(8,[c1,i],c2,8)	regola(9,[i,a],h,6),

si osserva che, conoscendo gli elementi contenuti nella lista [p1,p2], è possibile dedurre (direttamente) h con la regola 6 e i con la regola 7; ma conoscendo [p1,p2] è anche possibile dedurre c1 applicando prima la regola 6 (per dedurre h) e poi la regola 3 (conoscendo ora [h,p1]). Si può quindi dire che la lista [6,3] rappresenta un procedimento per dedurre c1 da [p1,p2]; la lista contiene infatti l'indicazione delle regole che devono essere applicate. Per esempio, la lista [6,3,4,5] rappresenta un procedimento per calcolare a da [p1,p2]. Sommando i pesi delle regole applicate è possibile ottenere una *valutazione* del procedimento; pertanto, si può affermare che il procedimento [6,3,4,5] per dedurre a da [p1,p2] ha valutazione di 16.

PROBLEMA

È dato il seguente insieme di regole (in cui il nome del termine è “re” invece di “regola”):

re(1,[p,g],v,10)	re(2,[p,v],g,8)	re(3,[g,v],p,9)	re(4,[v,h],a,6)
re(5,[a,h],v,8)	re(6,[v,a],h,7)	re(7,[p,g],a,13)	re(8,[p,a],g,10)
re(9,[g,a],p,11)	re(10,[p,w],h,8)	re(11,[p,h],w,6)	re(12,[w,h],p,9).

Rispondere alla seguente domanda.

Dati gli elementi della lista [p,g], trovare la lista L che descrive il procedimento per derivare h e calcolarne la valutazione K. In L riportare le sigle delle regole rispettando l'ordine di applicazione: la prima sigla (a sinistra) rappresenta la prima regola da applicare, l'ultima sigla (a destra) rappresenta l'ultima. Se l'ordine di applicazione di due regole è indifferente, applicare prima la regola che ha la sigla inferiore.

L	
K	

SOLUZIONE

L	[1,7,6]
K	30

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

5 ?- qe.

30 [6, 7, 1] [h, a, v, p, g]

true .

ESERCIZIO 2 (T.) (VARIE: ARITMETICA)

PREMESSA

Data una lista L di n numeri interi (disposti in ordine non decrescente e *con possibili ripetizioni*) si può costruire la lista LS (che ha $n(n-1)/2$ elementi) delle somme a due a due degli elementi della lista data (disposte in ordine *non decrescente*). Per esempio se la lista L è $[1,2,3]$ allora la lista LS è $[3,4,5]$ (cioè $[1+2,1+3,2+3]$), se la lista L è $[1,1,2]$ allora la lista LS è $[2,3,3]$ e se la lista L è $[1,1,1,2]$ allora LS è $[2,2,2,3,3,3]$ (cioè la lista $[1+1,1+1,1+2,1+1,1+2,1+2]$ *riordinata!*).

N.B. Se, per esempio, la lista L ha 2 o 3 o 4 o 5 o 6 elementi allora la lista LS ha 1, 3, 6, 10, 15 elementi rispettivamente.

Data una lista LS , si può risalire alla lista L **prima** determinandone il numero di elementi e **poi** procedendo per tentativi.

PROBLEMA

Data la lista $LS1$ $[5,6,7]$, determinare la lista $L1$.

Data la lista $LS2$ $[2,2,2,4,4,4]$, determinare la lista $L2$.

N.B. Se non esistesse una lista L che genera LS , scrivere: IMPOSSIBILE (in lettere maiuscole).

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	$[2,3,4]$
L2	$[1,1,1,3]$

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il secondo problema è sostanzialmente uno degli esempi ($[1,1,1,2]$) proposto per illustrare le definizioni.

ESERCIZIO 3 (T.) (COMPRESIONE DEL LINGUAGGIO)

PROBLEMA

Nel seguente testo sostituire a X1, X2, X3 la scelta più appropriata, tra quelle proposte.

N.B. per svolgere l'esercizio NON sono necessarie (né presupponibili) particolari conoscenze scientifiche.

Il processo in cui sono fabbricate le proteine a partire dai geni è detto sintesi X1. Tale sintesi avviene in due fasi. Nella prima fase, detta X2, un filamento della doppia elica fa da stampo per la sintesi di una molecola chiamata RNA messaggero; il termine X2 è inteso a segnalare il trasferimento dell'informazione da un mezzo a un altro. Nel secondo stadio, detto X3, lo RNA messaggero fa da stampo per la sintesi di una proteina; il termine X3 serve a indicare che qui l'informazione subisce una trasformazione più grande, come quella che si verifica quando si passa da una lingua a un'altra.

Lista delle scelte:

- A. proteonomica
- B. traduzione
- C. proteica
- D. trascrizione
- E. transizione

Indicare le scelte con la lettera maiuscola corrispondente.

X1	
X2	
X3	

SOLUZIONE

X1	C
X2	D
X3	B

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

X1: C perché bisogna capire che la parola "proteonomica" non esiste (o indica una disciplina molto particolare);

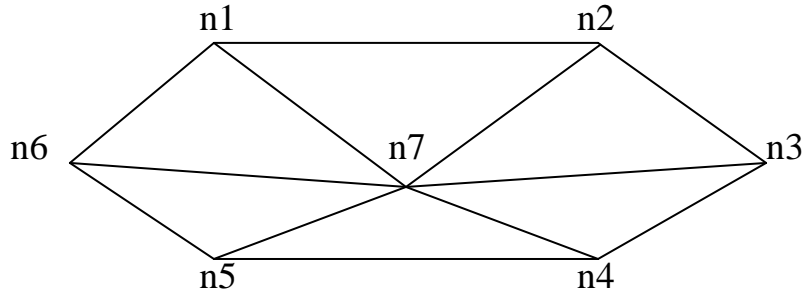
X2: D dal senso (è ripetuto in due proposizioni);

X3: B dal senso (è ripetuto in due proposizioni).

ESERCIZIO 4 (C.) (GRAFI)

PREMESSA

Il seguente grafo stradale



può essere descritto dal seguente insieme di termini (ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza)

- a(n1,n2,2) a(n2,n3,5) a(n3,n4,3) a(n4,n5,4) a(n5,n6,2) a(n6,n1,3)
- a(n1,n7,8) a(n2,n7,6) a(n3,n7,1) a(n4,n7,9) a(n5,n7,7) a(n6,n7,4)

N.B. Ad esempio il termine a(n4,n5,4) indica che l'arco da n4 a n5 è percorribile nei due sensi ed è lungo 4.

Un *percorso* tra due nodi del grafo può essere descritto con la lista dei nodi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo. Per esempio, la lista [n5,n7,n2,n1] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n1 di lunghezza complessiva 15.

PROBLEMA

Disegnare il grafo stradale corrispondente al seguente insieme di termini (che hanno nome "ae" invece di "a"):

- ae(n1,n2,2) ae(n2,n3,6) ae(n2,n4,3)
- ae(n3,n7,7) ae(n4,n7,9) ae(n1,n5,10)
- ae(n5,n4,4) ae(n5,n6,3) ae(n6,n7,1).

Trovare le liste L1 del percorso più breve e L2 di quello più lungo (senza passare più volte per uno stesso nodo) fra il nodo n7 e il nodo n1 e calcolare le relative lunghezze K1 e K2.

L1	
L2	
K1	
K2	

SOLUZIONE

L1	[n7, n6, n5, n4, n2, n1]
L2	[n7, n3, n2, n4, n5, n1]
K1	13
K2	30

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1 ?- pe(n1,n7,L,K).

L = [n7, n3, n2, n4, n5, n1], K = 30 ;

L = [n7, n6, n5, n4, n2, n1], K = 13 ;

ESERCIZIO 5 (C.) (DATA BASE)

PREMESSA

Per gestire gli articoli in vendita presso un grande magazzino vengono utilizzate quattro tabelle il cui contenuto è descritto dai quattro termini seguenti:

tab1(<sigla dell'articolo>,<disponibilità all'apertura>,<prezzo di vendita>)

tab2(<sigla dell'articolo>,<sigla del fornitore>,<prezzo di acquisto>)

tab3(<sigla dell'articolo>,<tipo merceologico>, <reparto>)

tab4(<sigla dell'articolo>,<disponibilità alla chiusura>)

A fine giornata, la consistenza di queste tabelle è la seguente:

tab1(a21,120,23) tab1(a22,110,35) tab1(a23,240,39) tab1(a24,230,50) tab1(a25,175,22)

tab1(a26,220,30) tab1(a27,200,25) tab1(a28,240,30) tab1(a29,230,45) tab1(a30,225,34)

tab2(a21,f01,15) tab2(a22,f06,15) tab2(a23,f09,25) tab2(a24,f02,35) tab2(a25,f04,15).

tab2(a26,f01,13) tab2(a27,f06,15) tab2(a28,f09,10) tab2(a29,f02,22) tab2(a30,f04,25).

tab3(a21,a,10) tab3(a22, a,6) tab3(a23, b,5) tab3(a24, b,7) tab3(a25, c,9).

tab3(a26,b,6) tab3(a27, a,10) tab3(a28, c,5) tab3(a29, c,9) tab3(a30, a,7).

tab4(a21,60) tab4(a22,60) tab4(a23,100) tab4(a24,80) tab4(a25,90).

tab4(a26,60) tab4(a27,60) tab4(a28,100) tab4(a29,80) tab4(a30,90).

Da queste tabelle si ricavano per esempio le seguenti informazioni: l'articolo a21 appartiene al tipo merceologico a, proviene dal fornitore f01, ne sono stati venduti 60 esemplari con un guadagno di 480 euro.

PROBLEMA

Trovare:

la lista L1 degli articoli esposti nei reparti 6 e 7,

la lista L2 dei fornitori che forniscono articoli di tipo merceologico b,

l'articolo X1, e il relativo fornitore X2, che consente il minor guadagno unitario,

il fornitore X3 dell'articolo che consente il maggior guadagno unitario.

NB. Gli elementi di una lista vanno riportati in ordine crescente rispettando i seguenti criteri:

$a21 < a22 < a23, \dots; f01 < f02 < f03 < f04 < \dots;$

quando una lista non contiene elementi, si dice che la lista è vuota e si scrive [] (quadra aperta e quadra chiusa).

L1	
L2	
X1	
X2	
X3	

SOLUZIONE

L1	[a22,a24,a26,a30]
L2	[f01,f02,f09]
X1	a25
X2	f04
X3	f02

ESERCIZIO 6 (C.) (KNAPSACK)

PROBLEMA

Nelle lezioni di educazione alimentare, i ragazzi hanno classificato alcuni alimenti in relazione al contenuto proteico e al loro costo. I risultati di questa classificazione sono descritti da una tabella avente la dichiarazione

$\text{tabe}(\langle \text{sigla dell'alimento} \rangle, \langle \text{contenuto proteico} \rangle, \langle \text{costo} \rangle)$.

La tabella, che riporta i dati relativi a un certo numero di alimenti, è la seguente:

$\text{tabe}(m1,190,148)$	$\text{tabe}(m2,166,142)$	$\text{tabe}(m3,180,131)$
$\text{tabe}(m4,173,120)$	$\text{tabe}(m5,196,150)$	$\text{tabe}(m6,199,150)$.

Trovare le due liste L1 e L2 delle sigle che corrispondono a due diete che si possono costruire con 3 elementi di questa tabella e che abbiano un costo non superiore a 440 e un contenuto proteico non inferiore a 555; L1 è la lista col massimo contenuto proteico e L2 è quella col minimo contenuto proteico.

N.B. Le sigle nelle liste devono comparire in ordine *crescente*: m1 prima di m2; m2 prima di m3, m3 prima di m4, ...

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[m3,m5,m6]
L2	[m1,m2,m6]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

16 ?- pe(3,555,440).

t([m6, m2, m1], 555, 440)

t([m6, m3, m1], 569, 429)

t([m6, m4, m1], 562, 418)

t([m6, m5, m4], 569, 420)

t([m6, m5, m3], 575, 431)

t([m5, m3, m1], 567, 429)

t([m5, m4, m1], 560, 418)

ESERCIZIO 7 (C.) (PSEUDOPROGRAMMI)

PREMESSA

Vedere la nota tecnica sul sito www.olimpiadiproblemsolving.it.

PROBLEMA

Eseguire le operazioni descritte nella procedura seguente utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare il valore di output per la variabile E.

```
procedure PROVA;  
variable A, B, C, D, E integer;  
input A, B, C, D;  
if A ≥ B  
    then E ← A;  
endif;  
if C ≥ E  
    then E ← C;  
endif;  
if D ≥ E  
    then E ← D;  
endif;  
output E;  
endprocedure;
```

I valori in *input* sono:

17 per A,
16 per B,
9 per C,
18 per D.

E	
---	--

SOLUZIONE

E	18
---	----

ESERCIZIO 8 (C.) (ROBOT)

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un rettangolo, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

									S					
					P									
→														

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente P è individuata da essere nella sesta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso): brevemente si dice che ha *coordinate* (6,3); la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente S sono (10,4) e di quella contenente la freccia sono (1,1).

La freccia può essere pensata come un robot, in questo caso rivolto verso destra; il robot può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando o;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando a;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l'orientamento): comando f.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere al robot di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza di comandi descritta dalla lista [f,f,f,f,f,a,f,f] fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella P; risultato analogo si ottiene con la lista [a,f,f,o,f,f,f,f]. Tuttavia, nel primo caso l'orientamento finale del robot è verso l'alto, mentre nel secondo caso l'orientamento finale è verso destra. Il robot ha sempre uno dei quattro orientamenti seguenti descritti con: n (nord, verso l'alto), s (sud, verso il basso), e (est, verso destra), o (ovest, verso sinistra); nella figura ha l'orientamento e.

N.B. Non confondere “o” come descrizione dell'orientamento e “o” come comando.

PROBLEMA

In un rettangolo 12×12, il robot è nella casella (6,6) con orientamento n; deve eseguire il percorso descritto dalla seguente lista di comandi: [f,a,f,f,f,o,o,f,f,f,o,f,f,f,o,f,f,f,a,a,f,f,a,a,f,f,f]. Dopo aver eseguito il primo comando il robot si trova nella casella di ascissa 6 e di ordinata 7 con orientamento n. Trovare:

- 1) l'orientamento D1, l'ascissa X1 e l'ordinata Y1 del robot dopo aver eseguito 10 comandi;
- 2) l'orientamento D2, l'ascissa X2 e l'ordinata Y2 del robot dopo aver eseguito 20 comandi;
- 3) l'orientamento D3, l'ascissa X3 e l'ordinata Y3 del robot al termine del percorso.

D1	
X1	
Y1	
D2	
X2	
Y2	
D3	
X3	
Y3	

SOLUZIONE

D1	e
X1	6
Y1	7
D2	e
X2	3
Y2	4
D3	o
X3	2
Y3	4

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

partenza(*, 6, 6, n)

1 passo(f, 6, 7, n)

2 passo(a, 6, 7, o)

.....

8 passo(f, 4, 7, e)

9 passo(f, 5, 7, e)

10 passo(f, 6, 7, e)

11 passo(o, 6, 7, s)

.....

19 passo(a, 3, 4, s)

20 passo(a, 3, 4, e)

21 passo(f, 4, 4, e)

.....

26 passo(f, 3, 4, o)

27 passo(f, 2, 4, o)

arrivo(*, 2, 4, o)

ESERCIZIO 9 (T.) (VARIE: Stern-Brocot)

PREMESSA

Si consideri la lista di “frazioni” seguente:

$$\text{Livello 0} \quad \left[\frac{0}{1}, \frac{1}{0} \right]$$

N.B. La seconda non è *propriamente* una frazione (ha il denominatore nullo) e la prima vale zero.

Si ripeta la seguente procedura per ottenere il livello successivo:

$$\text{inserire } \frac{m+m'}{n+n'} \text{ tra } \frac{m}{n} \text{ e } \frac{m'}{n'}$$

Per esempio al primo passo si ottiene:

$$\text{Livello 1} \quad \left[\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{1}{0} \right]$$

Per semplificare la scrittura, le liste vengono scritte nel modo seguente

Livello 0: [0/1,1/0];

livello 1: [0/1,1/1,1/0]

PROBLEMA

Determinare la lista L che si ottiene al livello 3.

L	
---	--

SOLUZIONE

L	[0/1,1/3,1/2,2/3,1/1,3/2,2/1,3/1,1/0]
---	---------------------------------------

ESERCIZIO 10 (C.) (STATISTICA)

PREMESSA

Dato un insieme di n numeri, per esempio i 7 numeri della lista $[2,7,17,1,3,3,2]$, si dice *media* la loro somma divisa per n : nell'esempio la media è 5.

Dato un insieme di n numeri con n *dispari*, per esempio quelli della lista $[2,9,18,1,3,4,2]$, si dice *mediana* quello che occupa la posizione centrale se i numeri vengono disposti in ordine (non crescente o non decrescente).

PROBLEMA

Sono assegnati tre numeri $A=20$, $B=22$, $C=48$; trovare il valore di D in modo tale che la media dei quattro numeri A , B , C e D sia uguale a D .

Trovare la mediana M del seguente insieme di numeri $[4,13,19,10,12,9,7,18,11,8,7,14,16,20,2]$

D	
M	

SOLUZIONE

D	30
M	11

ESERCIZIO 11 (CASTORO)

Grace wants two red candies and a green one. Harry wants one of each colour. Emily wants one red candy and two blue ones.

There are 8 red candies, 9 blue candies and 9 green candies. How many candies are left?

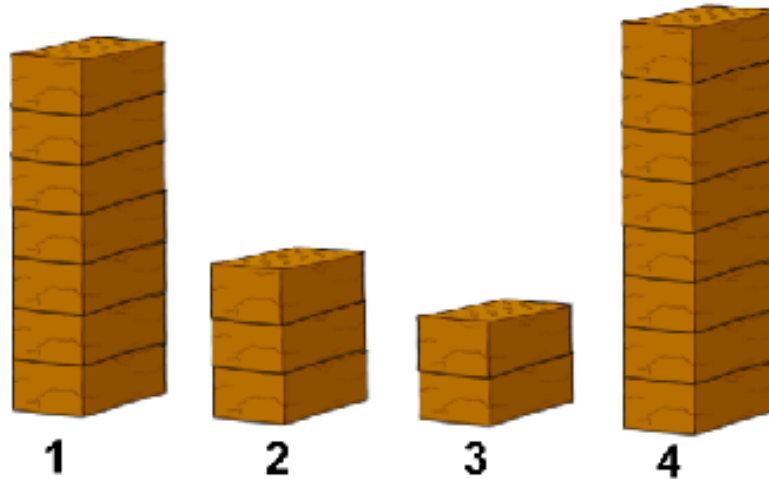
red candies	
blue candies	
green candies	

SOLUZIONE

red candies	4
blue candies	6
green candies	7

ESERCIZIO 12 (CASTORO)

There are four piles of bricks. A robot can move bricks from one pile to another one. One command for the robot is a triplet of numbers in parentheses. For example (1,3,4) means: from pile 1 take 3 bricks and place them on the pile 4.



Which pair of commands changes the piles shown on the image so that after executing the commands the number of bricks on every pile is the same?

N.B. The first command moves bricks from the lower pile.

First command	
Second command	

SOLUZIONE

First command	(1,2,2)
Second command	(4,3,3)